T A M P E R E E N  Y L I O P I S T O

Martti Kemppainen

# INARINJÄRVEN POHJASIIAN IKÄ-, PITUUS- JA PAINORAKENTEEN TUTKIMINEN

Tilastotieteen pro gradu -tutkielma. Tampere 1974.

SISÄLLYS

sivu

1. JOHDANTO ..... 01

2. INARINJÄRVEN YLEISLUONNE ..... 02

3. INARIN SIIAT ..... 03

4. TUTKIMUKSEN SUORITTAMINEN ..... 05
4.1. Otanta-alueen valinta ..... 05
4.2. Otantavälineen valinta ..... 09
4.3. Verkkojen sijoittelu otanta-alueelle ..... 10
4.4. Näytteiden käsittely ..... 12

5. PEARSONIN SYSTEEMISTÄ ..... 14
5.1. Johdanto ..... 14
5.2. Differentiaaliyhtälön johtaminen ..... 15
5.3. Tyyppeihin jako ..... 19
5.4. I päätyyppi eli Pearsonin tyyppi I ..... 20
5.5. II päätyyppi eli Pearsonin tyyppi IV ..... 23
5.6. III päätyyppi eli Pearsonin tyyppi VI ..... 24
5.7. Pearsonin tyyppi II ..... 25
5.8. Pearsonin tyyppi III ..... 26
5.9. Pearsonin tyyppi V ..... 27
5.10. Pearsonin tyyppi VII ..... 28
5.11. Pearsonin tyypit VIII - XII ..... 28
5.12. Taulukko Pearsonin tyypeistä I - VII ..... 31
5.13. Pearsonin jakaumaperheen sovittaminen (fitting) empiiriseen aineistoon ..... 32

6. TUTKIMUSTULOSTEN ANALYSOINTI ..... 33
6.1. Siikojen ikärakenne ..... 33
6.2. Siikojen pituus- ja painorakenne ..... 43

7. LOPPUPÄÄTELMIA ..... 50

LÄHTEET ..... 52

## 1. JOHDANTO

Kesällä 1973 suoritin Inarin kunnan Inarinjärvellä siikatutkimuksen. Tarkoituksenani oli tutkia otoksen perusteella siian pituus-, paino- ja ikärakennetta. Koska Inarinjärvessä eli Inarissa on useita eri siikalajeja ja on oletettavissa, että kullakin siikayksilöllä on lajille ominainen pituus- ja painokasvu sekä ikärakenne, kohdistin tutkimukseni ns. pohjasiikaan (Coregonus pidschian).

Tutkimukseni kenttäosuuden aloitin 22. päivänä kesäkuuta ja näytteenottovaihe kesti kaikkiaan 50 vuorokautta. Ennen kuin pääsin varsinaiseen näytteiden keruuseen, oli ratkaistava otantapaikkaa ja otantatapaa koskeva ongelma. Koska tutkimuksen tavoite edellytti sellaisen satunnaisotoksen saamista, joka kuvaisi mahdollisimman hyvin koko järven pohjasiikakantaa, niin otanta-alueen ja otantatavan valinta ei ollut helppoa Inarin luonteen ja mittasuhteet sekä eläinpopulaatiota yleensä koskevat tutkimusongelmat huomioon ottaen.

Keräämäni näyteaineiston perusteella muodostin ko. siikalajin pituudelle, painolle ja iälle jakaumat ja näihin empiirisiin jakaumiin sovitin (fitting) Pearsonin systeemin.

## 2. INARINJÄRVEN YLEISLUONNE

Vesipinta-alaltaan (ks. sivu 6) Inarinjärvi (lapink. Anarjavri) on noin 1054 $km^2$. Järven suurin pituus on koillis-lounaissuunnassa Ukonjärveltä (Äijihjavri) Suolisvuonoon noin 85 kilometriä ja suurin leveys kaakkois-luoteissuunnassa Nellimistä Partakkoon noin 41 kilometriä. Noin 3000 saarta jakavat järven useisiin selkiin. Suurin saarista, Mahlatti (Mahalad), on melkein yhdeksän kilometriä pitkä. Suurimmat selät ovat Kasariselkä (Skållujorma), Sammakkoselkä (Tsuobbuujorna), Satapetäjäselkä (Tsyetpetsjorna), Ukonselkä (Äijihjorna) ja Vasikkaselkä (Kålbåjääpi). Kasariselältä on löydetty 118 metrin syvänne, jota pidetään järven syvimpänä kohtana. Rantaviivan pituus on rantojen rikkonaisuuden vuoksi varsin suuri järven pintaalaan nähden. Inariin laskevat suurimmat joet ovat Ivalojoki (Avveel) ja Juutuanjoki (Juuviljuuha) sekä pienemmät Kirakkajoki, Nangujoki, Tsarmijoki, Tsiuttajoki, Väylänjoki, Niipijoki, Kyyneljoki, Tsurnujoki, Kessijoki ja Nellimöjoki. Jäämereen vetensä laskeva Paatsjoki on Inarin huomattava laskujoki. Paatsjokea kahlitsevat monet rajantakaiset voimalapadot. Näiden voimaloiden johdosta on Neuvostoliitto säännöstellyt Inaria vuodesta 1941 lähtien. Vedenpinnan korkeuden vaihtelu on muuttanut järven luonnontilaa monella eri tavalla (mm. rantakasvillisuus on kärsinyt huomattavia vaurioita ja paljon kiistelyä aiheuttaneet

välilliset vaikutukset kalakantaan ovat vielä tutkimatta). Säännöstelyn alarajaksi on Inarinjärvellä käytettävän asteikon mukaan otettu 117.14 metriä ja ylärajaksi 119.50 metriä, joten sallittu korkeusvaihtelu on 2.36 metriä. Inarinjärvi saa jääpeitteensä tavallisesti lokakuun alussa ja jäiden sulaminen tapahtuu kesäkuun alkupäivinä. Heinäkuussa on veden keskilämpötila 10 asteen tienoilla.

## 3. INARIN SIIAT

Järven vesi on erittäin hyvälaatuista ja tästä johtuu, että Inarissa on runsaslajinen kalakanta. Kalasto koostuu taimenista, rauduista (nieriä), harjuksista, mateista, ahvenista, hauista, muduista, kymmenpiikeistä ja kolmipiikeistä sekä monilajisista siioista. Kalastuksen kannalta tärkein kalalaji on siika. Inarissa on tavattu ainakin neljä eri siikalajia (ks. [IV] s. 28), jotka voidaan erottaa toisistaan varmimmin kiduskaaren siivilähampaiden lukumäärän perusteella. Sen sijaan ulkoisesti eri lajit ovat erehdyttävästi toistensa kaltaisia. Pohjasiikoja on tavattu lisääntymisbiologisesti kaksi eri rotua: ns. jokisiika ja karikutusiika. Myöhään syksyllä jokisiika nousee suorittamaan kutunsa Inarin suurimpiin jokiin, kun taas karikutusiika kutee järven monilla karikoilla. Näiden

rotujen välillä voi olla eroja kasvunopeuksissa, mutta koska niitä on erittäin vaikea muulloin kuin kutuaikana (syksyllä) erottaa toisistaan, käsittelin ne tutkimuksessani yhtenä rotuna. Pohjasiialla on keskimäärin 21.5 kappaletta kiduskaaren siivilähampaita. Kareja kutupaikkanaan käyttävä siika on myös lajiin Coregonus wartmanni kuuluva riika. Marras-joulukuussa kutevalla riialla on kiduskaaren siivilähampaita keskimäärin 33.1 kappaletta,siis huomattavasti enemmän kuin pohjasiialla. Samaan lajiin kuin riika kuuluu ns. kääpiösiika reeska, jota Inarinjärvessä on erittäin runsaasti. Kiduskaaren siivilähampaita on reeskalla keskimäärin 35.2 kappaletta. Riika ja reeska eroavat samalajisuudestaan huolimatta erittäin selvästi toisistaan kasvunopeudeltaan. Reeska on syvänteissä elävä parvikala ja jää pituuskasvultaan 15 senttimetrin vaiheille, kun taas riika on kasvultaan verrattavissa pohjasiikaan. Pohjasiian kanssa samaan lajiin kuuluu rääpys, jolla on siivilähampaita 18.2 kappaletta. Rääpys on kuten reeskakin erittäin pienikasvuinen. Taloudellista merkitystä on tällä hetkellä vain pohjasiialla ja riialla: sen sijaan kumpaakaan kääpiösiikalajia ei kalojen runsaslukuisuudesta huolimatta käytetä hyväksi. (Ks. siian siivilähampaat [IV] s. 249 - 252).

## 4. TUTKIMUKSEN SUORITTAMINEN

### 4.1. Otanta-alueen valinta

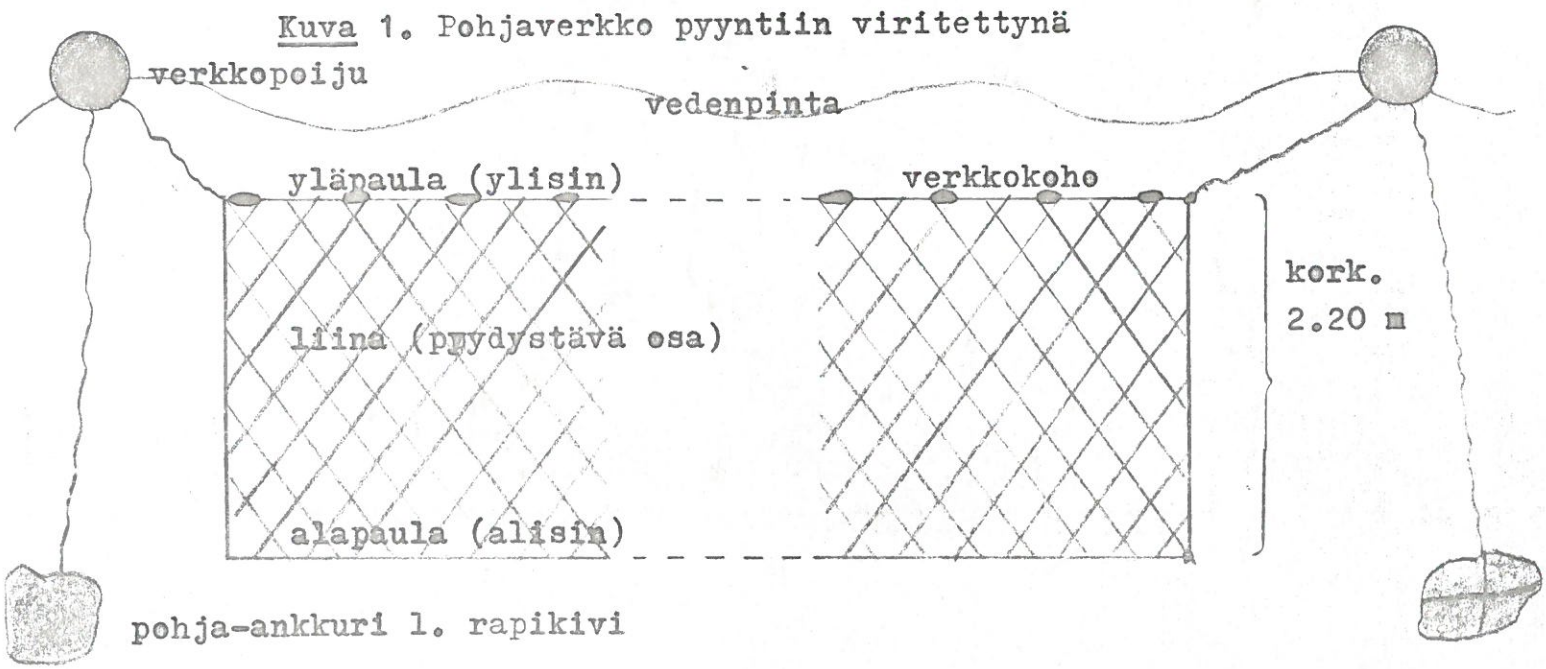
Koska tarkoituksena oli löytää pituus-, paino- ja ikäjakauma, jotka kuvaisivat mahdollisimman hyvin koko järven pohjasiikakantaa, eikä mitään aikaisempia tietoja lajin jakaumasta ollut käytettävissä, oli otanta-alueen valitseminen erittäin vaikeaa. Tutkimuksen vaatimat työvaiheet ja -välineet sekä rajoitettu tutkimusaika huomioon ottaen oli otantatyö keskitettävä jollekin Inarinjärven osa-alueelle. Kuten edellä on käynyt ilmi, on Inari hyvin rikkonainen vesialue, joskaan suuria yhtenäisiä alueitakaan ei puutu. Pohjasiian elintapojen mukaan (huom. kutupaikat) oletin, etteivät ainakaan jokien suut eivätkä niiden lähiympäristöt voineet tulla valituiksi otantapaikoiksi, koska on mahdollista, että nämä alueet suosivat nimenomaan sukukypsiä ja aivan nuoria lajin edustajia. Otanta-alueeksi oli siis pyrittävä valitsemaan vesistöalue, joka olisi mahdollisimman keskeisellä paikalla toisaalta suurimpiin jokiin, toisaalta isompiin selkiin nähden. Edellä mainitut vaatimukset täyttävä alue on mielestäni ns. Kapaselän alue, ison Kasariselän lounaislaidassa (ks. seuraava sivu).

Lisäksi aikaisemman kokemukseni perusteella tiesin, että ko. alueen syvyyssuhteet ja pohjanlaatu ovat siialle edulliset: syvyys alle 50 metriä sekä pohja lievästi hiesun ja vesikasvien peittämä. Valitsemaani otanta-aluetta rajoittavat jokaiselta suunnalta suuret saaret (ks. seuraava sivu), kuten Mahlatti, Piekanasaaret, Hoikka ja leveä Petäjäsaari, Makia Petäjäsaari, Ahmasaari, Vehersaari ja Kaurinsaari. Alueen edullisuutta paransi myös se seikka, että nämä korkeat saaret suojassivat tutkimusaluetta pahimmilta myrskyiltä, mikä oli tärkeää Lapin hyvinkin äkkiä vaihtuvat sääolosuhteet huomioiden. Seuraavalla sivulla on tutkimusaluetta kuvaava kartta, johon olen lisäksi merkinnyt käyttämäni apajapaikat (ks. sivu 10).

## 4.2. Otantavälineen valinta

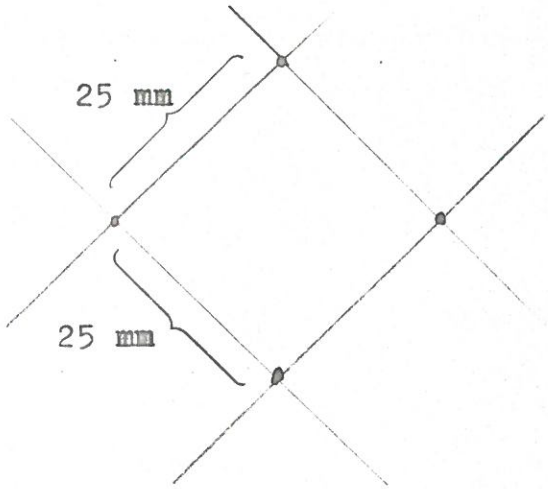
Biologisissa otantasovellutuksissa esiintyy monia vaikeuksia, koska populaation jäsenet - kalat, linnut - eivät oleskele samoilla paikoilla ja niitä on toisinaan vaikea löytää ollenkaan. (Ks. [VIII] s. 522). Siian pyyntiin soveltuvina pyyntimuotoina voidaan pitää ainakin nuottakalastusta, rysäkalastusta, troolikalastusta, verkkokalastusta ja sähkökalastusta (ks. [VII] s. 7). Inarin laajuisessa vesistössä sähkökalastus on tehoton pyyntiväline; sen sijaan pieniin puroihin ja lampiin sitä voidaan pitää ehkä kaikkein tehokkaimpana. Koska tutkimukseni näytteenottovaihetta varten oli käytettävissä vain kaksi henkilöä, päätin edellä mainituista lankapyydyksistä valita tavalliset pohjaverkot otantavälineiksi. Verkoiksi valitsin kierretystä nailonista valmistettuja 30 metriä pitkiä ja 2.20 metriä korkeita, väriltään mustia pohjaverkkoja (kuva 1).

Kuva 1. Pohjaverkko pyyntiin viritettynä



Verkkoja valitsin kaikkiaan 64 kappaletta. Silmäkoltaan eli solmuvälilltään (kuva 2) pyydykset olivat kahdeksaa eri kokoa. Käyttämäni solmuvälit olivat 15 mm, 25 mm, 30 mm, 35 mm, 40 mm, 45 mm, 50 mm ja 60 mm. Kutakin verkkokokoa valitsin kahdeksan kappaletta. Tällaista verkkoyhdistelmää voitaisiin kutsua biologiseksi verkkosarjaksi. Tarkempia lankapyydysten rakenneselostuksia on esimerkiksi lähteessä [III] s. 15.

Kuva 2. Silmäkoon eli solmuvälin määräytyminen. Esimerkkinä 25 mm:n verkosta yksi silmä verkon liinasta




## 4.3. Verkkojen sijoittelu otanta-alueelle

Otanta-alueen jaoin kuuteentoista kalastus- eli apajapaikkaan. Paikat on merkitty risteillä (x) sivulla 8 olevaan karttaan. Näiden paikkojen syvyydet vaihtelivat 3 - 12 metriin, joten verkot tulivat yläpaulasta mitaten noin 1 - 10 metrin syvyyteen. Kuhunkin apajaan asetin pyyntiin kaksi verkkoa. Verkot olivat silmäkool-

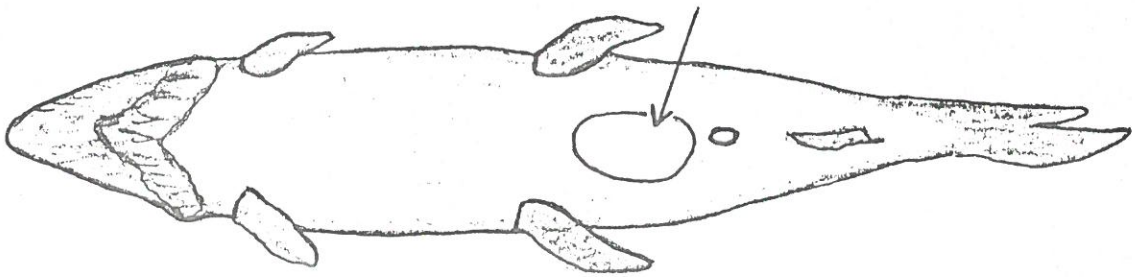
taan peräkkäisiä, siis esimerkiksi 25 mm ja 30 mm. Verkkoja pidin vedessä kello 15:stä kello 7:ään seuraavan päivän aamuun. Näin ollen verkot olivat kunakin vuorokautena pyyntiin viritettyinä noin 16 tuntia. Jokaista silmäkokoa olevia verkkoja oli pyyntikerralla vedessä neljä kappaletta ja kaikkiaan verkkoja oli siis 32 kappaletta pyyntikertaa kohti eli puolet koko verkkomäärästä. Aamulla koettujen verkkojen tilalle laskin illalla verkkosarjan toisen puoliskon vuorokauden kuivaamassa olleet verkot. Tällainen vuorottelu oli tärkeää, koska vedessä ollessaan lankapyydykset limaantuvat eli kolvittuvat sangen lyhyessä ajassa. Apajapaikkakohtaisesti vaihtelin verkkoja siten, että apajassa edellisenä pyyntikertana olleet verkot vaihdoin silmäkooltaan pienempiin siten, että jos verkkopaikassa aiemmin olivat 25 mm:n ja 30 mm:n verkot, niin niiden tilalle laitoin 15 mm:n ja 25 mm:n verkot. Jos yhdistelmä oli aiemmin ollut jo 15 mm ja 25 mm, niin ne saivat sijaansa 60 mm:n ja 15 mm:n verkot ja näin kierros jatkui. Tällainen apajapaikkakohtainen vuorottelu takasi sen, että kaiken kokoisilla siikayksilöillä, joita mahdollisesti apajapaikassa esiintyi, oli mahdollisuus tarttua pyydyksiin. Kuhunkin kalastuspaikkaan pyrin verkot laskemaan siten, että verkkoparin alkupää oli noin 5 - 50 metrin etäisyydellä rannasta ja verkot muodostivat noin 45 asteen kulman rantaviivan kanssa.

## 4.4. Näytteiden käsittely

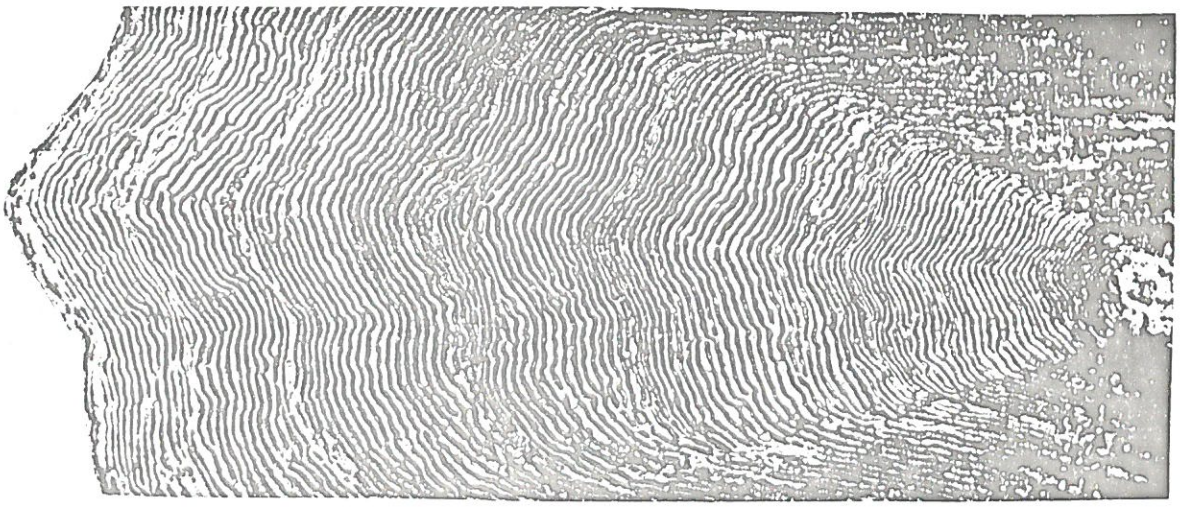
Näytteiden käsittelyn suoritin välittömästi verkkojen kokemisen eli pyynnistä nostamisen jälkeen. Pohjasiiat lajittelin erilleen muista siioista kiduskaaren siivilähampaiden lukumäärän (ks. sivu 4) perusteella. Eri sukupuolta olevat pohjasiiat käsittelin yhdessä, koska sukupuolen määrittäminen keskikesällä on erittäin vaikeata. Tämä johtuu siitä, että tällöin urosja naaraspuolisen pohjasiian sukupuolituntomerkit (maiti ja mäti) ovat kehittymättömiä.

Kunkin pohjasiikayksilön käsittelin erikseen. Punnituksen suoritin tavallisella talousvaa'alla, jonka tarkkuus oli viisi grammaa. Pituuden mittasin pyrstöevän suoraksi vedettyjen pisimpien ruotojen päästä kuonon kärkeen. Mittaus tapahtui asettamalla kala laudalle, johon oli merkitty millimetrinen mittaasteikko. Iän määritystä varten otin kultakin yksilöltä suomunäytteen. Suomut irroitin mahapuolelta, peräaukon edestä. Näissä suomuissa ilmenee kaikkein selvimmin juovatihentymät, ns. vuosirenkaat, joiden perusteella ikä määritetään (lukumäärä = ikä). Suomut laitoin yksilökohtaisesti suomupusseihin (kuva 4). Pussin kanteen merkitsin tiedot järvestä, kalalajista, pituudesta, painosta, pyydyksestä ja pyyntiajasta. Kunkin yksilön iänmääritys suoritettiin Valtion Kalantutkimuslaitoksella Helsingissä.

Kuva 3. Siialla otetaan suomunäyte nuolella merkityltä alueelta



Kuva 4. Kuvassa osa seitsenvuotiaan siian suomusta suurennettuna ja kuva käyttämästäni suomupussityypistä



Kalavesi INARINJÄRVI
Kunta INARI
Kalalaji SIIKA
Kokonaispituus 298 mm
Paino 235 gr
Sukupuoli —
Sukukypsyys —

Pyydys VERKKO 30 mm
Aika 27.06.1973

Pohjasiikoja käsittelin kaikkiaan 333 kappaletta. Siiat olivat iältään 2 - 11 vuotiaita. Kaikki yksivuotiaat sekä 15 mm:n verkoista saadut siiat jouduin jättämään tutkimukseni ulkopoulelle, koska ilmeni voittamattomia vaikeuksia eri lajien erottamisessa toisistaan. Silmäkooltaan 15 mm:n verkoista saatuja siikoja oli lähes 7000 kappaletta. Verkoista 25 - 60 mm saadut siiat olivat 80-prosenttisesti pohjasiikoja.

Tulosten tarkemman analysoinnin olen suorittanut luvussa kuusi. Siian pituuden, painon ja iän empiirisiin jakaumiin sovitin (fitting) Pearsonin jakaumaperheen tyyppijakauman. Luvussa viisi olen esittänyt Pearsonin systeemin periaatteen. Esityksessä en ole pyrkinyt matemaattisesti tyhjentävään esitykseen, koska pidän pääpainoa tutkimukseni empiirisellä osalla. Pearsonin systeemiä on selvitetty esimerkiksi lähteissä [II] , [V] sivulta 148 lähtien ja lähteessä [VI] sivulta 420 lähtien.

## 5. PEARSONIN SYSTEEMISTÄ

### 5.1. Johdanto

Professori Karl Pearson esitti vuonna 1895 oman frekvenssifunktiosysteeminsä, jonka avulla käytännössä esiintyvät jatkuvat jakaumat voidaan tyydyttävästi

esittää. Professori Pearson piti lähtökohtana differentiaaliyhtälöä

$$(5.1.1.) \qquad y' = \frac{(x + a)f}{b_0 + b_1x + b_2x^2} \quad ,$$

missä a, $b_0$, $b_1$ ja $b_2$ ovat vakioita. Differentiaaliyhtälöä johtaessaan Pearson osoitti, että edellä mainitut vakiot voidaan esittää jakauman neljän ensimmäisen momentin avulla. Nämä momentit ilmoittavat jakauman määrityksen kannalta neljä tärkeintä parametria: käyrän sijainti (keskiarvo), hajonta, vinous ja huipukkuus. Frekvenssifunktiot, jotka täyttävät differentiaaliyhtälön (5.1.1.) ehdot Pearson luokitteli yhtälön

$$(5.1.2.) \qquad b_0 + b_1x + b_2x^2 = 0$$

juurien mukaan. Ratkaisutyyppejä on Pearsonin systeemissä kaikkiaan kaksitoista.

## 5.2. Differentiaaliyhtälön johtaminen

Tarkasteltaessa frekvenssifunktioiden yhteisiä ominaisuuksia, niin havaitaan niiden usein alkavan nollasta, saavuttavan maksimiarvonsa moodissa ja laskevan sitten kohti nollaa. Tästä syystä voidaan asettaa ehdoksi, että frekvenssifunktion derivaatta on nolla ainakin moodissa ja lisäksi silloin, kun frekvenssifunktion kuvaaja lähenee x -akselia. Näillä

ehdoilla voidaan frekvenssifunktion derivaatalle muodostaa yhtälö

$$(5.2.1.) \qquad y' = \frac{y(x + a)}{F(x)} \quad ,$$

missä F(x) on sellainen funktio, jolle on olemassa Taylorin kehitelmä ([I] s. 177) origossa:

$$(5.2.2.) \qquad F(x) = b_o + b_1x + b_2x^2 + \ldots$$

Kun yhtälö (5.2.1.) kerrotaan puolittain F(x):llä ja huomioidaan yhtälö (5.2.2.), saadaan

$$(5.2.3.) \qquad (b_o + b_1x + b_2x^2 + \ldots)y' = y(x + a).$$

Kerrotaan yhtälö (5.2.3.) puolittain $x^n$:llä, jossa n on luonnollinen luku. Tämän jälkeen integroidaan osittain x:n vaihteluvälin $(x_o, x_1)$ yli. Tällöin saadaan

$$(5.2.4.) \qquad \Big|_{x_o}^{x_1} x^n(b_o + b_1x + b_2x^2 + \ldots)y - \int_{x_o}^{x_1} (nb_ox^{n-1} + (n + 1)b_1x^n + (n + 2)b_2x^{n+1}y \, dx = \int_{x_o}^{x_1} yx^{n+1} \, dx + \int_{x_o}^{x_1} yax^n \, dx \; .$$

Tavallisesti frekvenssifunktion kuvaaja lähestyy x -akselia päätepisteissään. Tätem voidaan olettaa, että yhtälön

(5.2.4.) vasemmalla puolella oleva sijoituslauseke häviää. Momenttien määritelmät (I s. 174) huomioon ottaen, saadaan

$$(5.2.5.) \qquad -nb_o\alpha_{n-1} - (n+1)b_1\alpha_n - (n+2)b_2\alpha_{n+1} - \ldots = \alpha_{n+1} + a\alpha_n ,$$

missä $\alpha_\nu$ ($\nu = n-1, n, n+1, \ldots$) on $\nu$. origomomentti. Asettamalla n:lle peräkkäin arvot 0, 1, 2, ..., s, saadaan s + 1 yhtälöä:

$$(5.2.6.) \qquad \begin{cases} a\alpha_0 + 0b_o + b_1\alpha_o + 2b_2\alpha_1 + \ldots = -\alpha_1 \\ a\alpha_1 + b_o\alpha_o + 2b_1\alpha_1 + 3b_2\alpha_2 + \ldots = -\alpha_2 \\ a\alpha_2 + 2b_o\alpha_1 + 3b_1\alpha_2 + 4b_2\alpha_3 + \ldots = -\alpha_3 \\ a\alpha_3 + 3b_o\alpha_2 + 4b_1\alpha_3 + 5b_2\alpha_4 + \ldots = -\alpha_4 \\ - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - . \end{cases}$$

Tämän jälkeen asetetaan keskiarvo origoon ja siirrytään keskusmomentteihin $\mu_\nu$. Tällöin $\alpha_1 = 0$ ja $\mu_\nu = \alpha_\nu$ ($\nu = 0, 1, 2, \ldots, s$). Asetetaan myös $\mu_o = 1$. Jos kehitelmässä (5.2.2.) otetaan mukaan vain termit $b_o$, $b_1x$ ja $b_2x^2$, saadaan yhtälöryhmä (5.2.6.) muotoon

$$(5.2.7.) \qquad \begin{cases} a + b_1 = 0 \\ b_o + 3b_2\mu_2 = -\mu_2 \\ a\mu_2 + 3b_1\mu_2 + 4b_2\mu_3 = -\mu_3 \\ a\mu_3 + 3b_o\mu_2 + 4b_1\mu_3 + 5b_2\mu_4 = -\mu_4 \end{cases}$$

Korkeampien kuin neljännen asteen momenttien mukaan ottaminen edellä olevaan yhtälöryhmään on hyödytöntä, sillä voidaan osoittaa ([II] s. 41), että ne voivat tosin yksittäisestä otoksesta laskettuina kuvata sitä tarkastikkin, mutta kuvaavat mahdollisesti huonosti koko populaatiota. Yhtälöryhmästä (5.2.7.) ratkaistaan vakiot a, $b_0$, $b_1$ ja $b_2$ neljän ensimmäisen momentin avulla lausuttuina. Nyt voidaan kirjoittaa yhtälö

$$(5.2.8.) \qquad \frac{d \log y}{dx} = \frac{x + a}{b_0 + b_1 x + b_2 x^2} =$$

$$= - \frac{x + \dfrac{\mu_3(\mu_4 + 3\mu_2^2)}{10\mu_2\mu_4 - 18\mu_2^3 - 12\mu_3^2}}{\dfrac{\mu_2(4\mu_2\mu_4 - 3\mu_3^2)}{10\mu_2\mu_4 - 18\mu_2^3 - 12\mu_3^2} + \dfrac{\mu_3(\mu_4 + 3\mu_2^2)}{10\mu_2\mu_4 - 18\mu_2^3 - 12\mu_3^2}\, x + \dfrac{2\mu_2\mu_4 - 3\mu_3^2 - 6\mu_2^3}{10\mu_2\mu_4 - 18\mu_2^3}\, x^2}$$

Yhtälölle (5.2.8.) saadaan mukavampi muoto sijoittamalla siihen

$$\beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3} \quad \text{ja} \quad \beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} \quad .$$

Sijoituksen jälkeen muuttuu yhtälö (5.2.8.) muotoon

$$(5.2.9.) \qquad \frac{d \log y}{dx} =$$

$$= - \frac{x + \dfrac{\sqrt{\mu_2\beta_1}\,(\beta_2 + 3)}{2(5\beta_2 - 6\beta_1 - 9)}}{\dfrac{\mu_2(4\beta_2 - 3\beta_1) + \sqrt{\beta_2\beta_1}\,(\beta_2 + 3)x + (2\beta_2 - 3\beta_1 - 6)x^2}{2(5\beta_2 - 6\beta_1 - 9)}} \quad .$$

Yhtälössä (5.2.8.) esiintyvä parametri a on moodin ja keskiarvon välinen etäisyys, ja koska keskiarvo siirrettiin origoon, saadaan

$$a = \frac{\sqrt{\mu_2\beta_1}(\beta_2 + 3)}{2(5\beta_2 - 6\beta_1 - 9)} .$$

Pearsonin esittämä mitta jakauman vinoudelle saadaan, kun a jaetaan hajonnalla $\sqrt{\mu_2}$:

$$(5.2.10) \qquad \gamma_1 = \frac{\sqrt{\beta_1}(\beta_2 + 3)}{2(5\beta_2 - 6\beta_1 - 9)} .$$

5.3. Tyyppeihin jako

Tarkastelemalla alkuperäistä differentiaaliyhtälöä

$$(5.3.1.) \qquad \frac{d \log y}{dx} = \frac{(x + a)}{b_0 + b_1x + b_2x^2}$$

huomataan, että yhtälön ratkaisut riippuvat oikean puolen nimittäjässä olevan lausekkeen x:n kertoimista. Hajoitetaan $b_0 + b_1x + b_2x^2$ seuraavaksi tuloksi

$$b_2\left\{x - \frac{-b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2}}{2b_2}\right\} \cdot \left\{x - \frac{-b_1 - \sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2}}{2b_2}\right\} ,$$

missä $b_2 \neq 0$. Nähdään, että yksittäisessä tapauksessa ratkaisun määräävät siis yhtälön $b_0 + b_1x + b_2x^2 = 0$ juuret. Tutkitaan nyt suhdetta

$$(5.3.2.) \qquad k = \frac{b_1^2}{4b_0b_2} .$$

Huomioimalla $\beta_1$:n ja $\beta_2$:n määrittelyt, saadaan yhtälö (5.3.2.) muotoon

$$(5.3.3.) \qquad k = \frac{\beta_1(\beta_2 + 3)^2}{4(2\beta_2 - 3\beta_1 - 6)(4\beta_2 - 3\beta_1)} .$$

Jos k on negatiivinen, niin yhtälön $b_o + b_1x + b_2x^2 = 0$ juuret ovat reaalisia ja erimerkkisiä. Tässä tapauksessa saadaan differentiaaliyhtälöm (5.3.1.) ratkaisuksi Pearsonin ratkaisutyyppi I. Jos taas k on positiivinen ja pienempi kuin yksi, niin yhtälöm $b_o + b_1x + b_2x^2 = 0$ juuret ovat kompleksisia. Tällöin on kyseessä Pearsonin tyyppi II. Kun k on suurempi kuin yksi, juuret ovat samanmerkkisiä ja reaalisia. Tällöin päädytään Pearsonin tyyppiin VI. Yksinkertaisempia frekvenssifunktioita saadaan k:n arvojen rajatapauksina. Koska k näyttää määräävän jakauman tyypin Pearsonin systeemissä, niin kutsuttakoon sitä tyyppikriteeriksi.

## 5.4. I päätyyppi eli Pearsonin tyyppi I

Kun tyyppikriteeri k on negatiivinen, päädytään Pearsonin tyyppiin I. Tällöin voidaan yhtälö (5.3.1.) kirjoittaa muodossa

$$\frac{d \log y}{dx} = \frac{(x + a)}{b_2\left(x - \frac{-b_1 + \sqrt{q}}{2b_2}\right)\left(x - \frac{-b_1 - \sqrt{q}}{2b_2}\right)} ,$$

missä q:lla on merkitty lauseketta $(b_1^2 - 4b_0b_2)$ ja q on suurempi kuin $b_1^2$. Jaetaan yhtälön (5.3.1.) oikea puoli osamurtolukuihin

$$(5.4.1.) \qquad \frac{d \log y}{dx} = \frac{1}{b_2} \cdot \frac{(x + a)}{(x + r_1)(x - r_2)}$$

$$= \frac{1}{b_2} \cdot \frac{(r_1 - a)}{(r_1 + r_2)(x + r_1)} +$$

$$+ \frac{1}{b_2} \cdot \frac{(r_2 + a)}{(r_1 + r_2)(x - r_2)} ,$$

missä $-r_1$ ja $r_2$ ovat yhtälön $b_0 + b_1x + b_2x^2 = 0$ juuret. Kun yhtälö (5.4.1.) integroidaan puolittain, saadaan

$$(5.4.2.) \qquad \log y = \frac{1}{b_2} \cdot \frac{(r_1 - a)}{(r_1 + r_2)} \cdot \log\left|x + r_1\right| +$$

$$+ \frac{1}{b_2} \cdot \frac{(r_2 + a)}{(r_1 + r_2)} \cdot \log\left|x - r_2\right| + C ,$$

missä C:llä on merkitty integroimisvakiota. Yhtälöstä (5.4.2.) saadaan y:lle ratkaisuksi

$$(5.4.3.) \qquad y = C \left|x + r_1\right|^{\frac{1}{b_2} \frac{r_1-a}{(r_1+r_2)}} \left|r_2 - x\right|^{\frac{1}{b_2} \frac{(r_2+a)}{(r_1+r_2)}} .$$

Koska k on negatiivinen, ovat juuret $-r_1$ ja $r_2$ erimerkkiset. Jos oletetaan, että $r_1$ ja $r_2$ ovat positiivisia, voidaan lausekkeesta (5.4.3.) poistaa itseisarvomerkit x:n vaihteluvälillä $(-r_1, r_2)$. Tällöin voidaan kirjoittaa

(5.4.4.) $$y = C(x + r_1)^{p-1}(r_2 - x)^{q-1}, \text{ kun}$$
$$-r_1 < x < r_2,\ p > 0 \text{ ja } q > 0.$$

Yhtälössä (5.4.4.) on merkitty seuraavasti:

$$p - 1 = \frac{r_1 - a}{b_2(r_1 + r_2)}$$

$$q - 1 = \frac{r_2 + a}{b_2(r_1 + r_2)} .$$

Frekvenssifunktion yleisten ominaisuuksien perusteella tiedetään, että integraali yli muuttujan (x:n) vaihteluvälin $(-r_1, r_2)$ täytyy olla ykkönen:

(5.4.5.) $$\int_{r_1}^{r_2} C(x + r_1)^p (r_2 - x)^q \, dx = 1.$$

C:lle saadaan ratkaisu sijoittamalla integraaliin (5.4.5.) uusi muuttuja, joka on määritelty seuraavasti:

$$z = \frac{r_1 + x}{r_1 + r_2} .$$

Ratkaistavaksi jää integraali

$$\int_0^1 C(z(r_1 + r_2))^p((1 - z)(r_1 + r_2))^q (r_1 + r_2) dz.$$

Integroimisvakiolle C saadaan

(5.4.6.) $$C = \frac{1}{(r_1 + r_2)^{p+q+1}\, B(p+1,q+1)} ,$$

missä B(.,.) on seuraavana integraalina määritelty betafunktio. (Ks. [I] s. 126).

$$B(p,q) = \int_0^1 x^{p-1}(1 - x)^{q-1}\, dx ,$$

missä p ja q ovat positiivisia vakioita. Kun C:n lauseke (5.4.6.) asetetaan yhtälöön (5.4.4.), saadaan etsitty jakauman tiheysfunktio. Yleensä jakauma (5.4.4.) on vino, mutta kun p ja q lähestyvät toisiaan, lähestyy jakauma symmetristä jakaumaa. Jos $r_1 = 0$ ja $r_2 = 1$, niin jakauman (5.4.4.) erikoistapauksena saadaan betajakauma. (Ks. betajakauma [I] s. 243).

## 5.5. II päätyyppi eli Pearsonin tyyppi IV

Tässä tapauksessa yhtälön $b_o + b_1x + b_2x^2 = 0$ juuret ovat kompleksisia. Kirjoitetaan alkuperäinen differentiaaliyhtälö muotoon

(5.5.1.) $$\frac{d \log y}{dx} = \frac{(x + a)}{b_2((x + \frac{b_1}{2b_2})^2 + (\frac{b_o}{b_2} - \frac{b_1^2}{4b_2^2}))} .$$

Sijoitetaan yhtälöön (5.5.1.)

$$z = x + \frac{b_1}{2b_2} , \quad c = a - \frac{b_1}{2b_2} , \quad b^2 = \frac{b_o}{b_2} - \frac{b_1^2}{4b_2^2} .$$

Sijoituksen jälkeen muuttuu yhtälö (5.5.1.) muotoon

$$\frac{d \log y}{dz} = \frac{z + c}{b_2(b^2 + z^2)} \quad .$$

Integroimalla puolittain saadaan

$$\log y = \int \frac{z\, dz}{b_2(b^2 + z^2)} + \int \frac{c\, dz}{b_2(b^2 + z^2)} =$$

$$= \frac{1}{2b_2} \log(b^2 + z^2) + \frac{c}{b_2 b} \overline{\arctan} \frac{z}{b} + C,$$

mistä ratkaistaan y:

$$y = C(b^2 + z^2)^{\frac{1}{2b_2}} \; e^{\frac{c}{b_2 b} \overline{\arctan} \frac{z}{b}} \quad .$$

Merkitään nyt $x = z$, $-p = \frac{1}{2b_2}$, $-q = \frac{c}{b_2 b}$ ja olkoon $C_0$ sellainen vakio, että integraali yli x:n vaihteluvälin $(-\infty, +\infty)$ on ykkönen. Saadaan siis yhtälö

$$(5.5.2.) \qquad y = C_0(b^2 + x^2)^{-p} \; e^{-q \overline{\arctan} \frac{x}{b}} \quad .$$

Yhtälö (5.5.2.) ilmaisee Pearsonin tyypin IV frekvenssifunktion.

## 5.6. III päätyyppi eli Pearsonin tyyppi VI

Kun tyyppikriteeri k on suurempi kuin yksi, päädytään Pearsonin differentiaaliyhtälön ratkaisutyyppiin VI. Tällöin yhtälön $b_0 + b_1 x + b_2 x^2 = 0$ juuret ovat

reaaliset ja samanmerkkiset. Ratkaisu on samanlainen kuin päätyypissä I, paitsi että lausekkeessa (5.4.1.) nimittäjä on muotoa $(x - r_1)\cdot(x - r_2)$. Tällöin

$$(5.6.1.) \qquad y = C_0(x - r_1)^{-p}(x - r_2)^{q} \ , \ x > r_2, \ r_1 < r_2.$$

Jakauma (5.6.1.) on muodoltaan vino. Kun $r_1 = -1$ ja $r_2 = 0$ saadaan erikoistapauksena Fisherin z -jakauma. (Ks. [I] s. 241). Tällöin vakio $C_0$ toteuttaa yhtälön

$$\int_0^{\infty} C_0 x^q (1 + x)^p \, dx = 1 \ .$$

Sijoitetaan $x = \dfrac{z}{1 - z}$, jolloin saadaan

$$\int_0^{1} C_0 \left(\frac{z}{1 - z}\right)^q \left(\frac{1}{1 - z}\right)^p \frac{1}{(1 - z)^2} \, dz =$$

$$= C_0 B(q+1, -p-q-1) \text{ eli}$$

$$C_0 = \frac{1}{B(q+1, -p-q-1)} = \frac{\Gamma(-p)}{\Gamma(q+1)\,\Gamma(-p-q-1)} \ ,$$

missä $p < 0$ ja $q > -1$. $\Gamma(.)$ ja $B(.,.)$ ovat vastaavasti gamma- ja betafunktio ([I] s. 125).

## 5.7. Pearsonin tyyppi II

Rajatapauksena Pearsonin tyypistä I saadaan tyyppi II. Sijoitetaan yhtälöön (5.4.4.) $(x + a) = x$, ts. siirretään moodi origoon, jolloin saadaan

$$y = C(x + a_1)^{m_1}(a_2 - x)^{m_2} ,$$

missä $a_1 + a_2 = r_1 + r_2$ , $m_k = a_k/(b_2(r_1 + r_2))$, $(k=1,2)$.

Havaitaan, että $\frac{m_1}{a_1} = \frac{m_2}{a_2}$ . Olkoon nyt $m_1 = m_2 = m$, jolloin myös $a_1 = a_2 = a$. Tällöin saadaan symmetrinen jakauma

$$y = C(a^2 - x^2)^m , \quad -a^2 < x < a^2,$$

missä vakiolla a ei ole samaa merkitystä kuin alkuperäisessä differentiaaliyhtälössä (5.3.1.).

## 5.8. Pearsonin tyyppi III

Kun tyyppikriteeri k (5.3.2.) on arvoltaan ääretön, saadaan jakauman tiheysfunktioksi Pearsonin tyyppi III. Tyyppikriteeri k on ääretön silloin, kun $b_2 = 0$. Tällöin

$$\log y = \int \frac{x + a}{b_o + b_1 x} dx$$

$$= \int \left(\frac{1}{b_1} + \left(\frac{a - \frac{b_o}{b_1}}{b_1 x + b_o}\right)\right) dx$$

$$= \frac{x}{b_1} + (a - \frac{b_o}{b_1})\frac{1}{b_1} \log\left|(b_1 x + b_o)\right| + C$$

$$= Ce^{\frac{x}{b_1}} (b_1 x + b_o)^{\frac{1}{b_1}(a - \frac{b_o}{b_1})} , \quad x > - \frac{b_o}{b_1}$$

$$= C_o e^{-\alpha x}(x - \mu)^{\lambda - 1} ,$$

missä $\alpha = -\frac{1}{b_1} > 0$, $\mu = -\frac{b_0}{b_1}$, $\lambda - 1 = \frac{1}{b_1}(a - \frac{b_0}{b_1}) > -1$ ja

$x > \mu$. Kun $\mu = 0$, saadaan tiheysfunktioksi gammajakauman tiheysfunktio:

$$\int_0^\infty C_0 x^{\lambda-1} e^{-\alpha x}\, dx = 1.$$

Merkitään $f(x;\alpha,\lambda) = C_0 x^{\lambda-1} e^{-\alpha x}$. Sijoitetaan $t = \alpha x$:

$$\int_0^\infty C_0 (\frac{t}{\alpha})^{\lambda-1} e^{-t} \frac{1}{\alpha}\, dt = \frac{C_0}{\alpha^\lambda}\Gamma(\lambda) = 1,$$

$$\text{siis} \quad C_0 = \frac{\alpha^\lambda}{\Gamma(\lambda)} \text{ ja } f(x;\alpha,\lambda) = \frac{\alpha^\lambda}{\Gamma(\lambda)} x^{\lambda-1} e^{-\alpha x}, \quad x \geq 0.$$

Kun $\alpha = \frac{1}{2}$, $\mu = 0$ ja $\lambda = \frac{n}{2}$, missä n on vapausasteiden lukumäärä, saadaan tyypin III erikoistapauksena $\chi^2$ -jakauma.

## 5.9. Pearsonin tyyppi V

Tyypin V tapauksessa yhtälön $b_0 + b_1 x + b_2 x^2 = 0$ juuret ovat reaalisia ja yhtäsuuria. Voidaan kirjoittaa

$$\log y = \int \frac{1}{b_2} \left( \frac{x + a}{(x + \frac{b_1}{2b_2})^2} \right) dx$$

$$= \int \frac{(x + \frac{b_1}{2b_2}) + (a - \frac{b_1}{2b_2})}{b_2 (x + \frac{b_1}{2b_2})^2}\, dx$$

$$= \frac{1}{b_2}\log(x + \frac{b_1}{2b_2}) - \frac{(a - \frac{b_1}{2b_2})}{b_2(x + \frac{b_1}{2b_2})} + C.$$

Siis $y = C(x + \frac{b_1}{2b_2})^{\frac{1}{b_2}} e^{-\frac{a - \frac{b_1}{2b_2}}{b_2(x + b_1/2b_2)}}$ ,

missä x on suurempi kuin $-\frac{b_1}{2b_2}$ .

## 5.10. Pearsonin tyyppi VII

Tyyppi VII saadaan tyypistä IV antamalla q:lle arvo 0. Tällöin

(5.10.1.) $y = C(b^2 + x^2)^p$, missä $p < 0$ ja $-\infty < x < \infty$.

Studentin t -jakauma n:llä vapausasteella saadaan silloin, kun $p = -\frac{n+1}{2}$ ja $b^2 = n$:

(5.10.2.) $$S_n(x) = \frac{1}{n}\frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\Gamma(\frac{n}{2})}(1 + \frac{x^2}{n})^{-\frac{n+1}{2}} .$$

## 5.11. Pearsonin tyypit VIII - XII

Kun q = 0, niin tyypistä I saadaan tyypit VIII ja IX. Tyypille VIII saadaan frekvenssifunktioksi

(5.11.1.) $y = C(x + r_1)^{+p}$ , ja tyypille IX

(5.11.2.) $y = C(x + r_1)^{-p}$ .

Eksponentiaalijakauma eli Pearsonin tyyppi X saadaan tyypistä III, kun $\lambda = 1$. Tällöin

$$y = Ce^{-\alpha x}, \quad x \geq 0.$$

$$\int_0^\infty Ce^{-\alpha x}\, dx = 1; \quad \frac{C}{\alpha} = 1; \quad C = \alpha.$$

Pearsonin tyyppi XI saadaan, kun $a = b_0 = b_1 = 0$. Tällöin

$$\log y = \int \frac{dx}{b_2 x} = \frac{1}{b_2} \log x, \quad x > 0$$

$$y = x^{\frac{1}{b_2}}, \quad b_2 < 0.$$

Eräänä tyypin I erikoistapauksena saadaan tyyppi XII:

$$y = C\left( \frac{\delta(\sqrt{3+\beta_1} + \sqrt{\beta_1}) + x}{\delta(\sqrt{3+\beta_1} - \sqrt{\beta_1}) - x} \right)^{\sqrt{\frac{\beta_1}{3} + \beta_1}},$$

missä $\delta = \sqrt{\mu_2}$ ja $\beta_1$ on määritelty kuten edellä.

Normaalijakaumaan päädytään silloin, kun yhtälössä $b_0 + b_1 x + b_2 x^2 = 0$ $b_1$ ja $b_2$ molemmat ovat nollan arvoisia. Tällöin

$$\log y = \int \frac{x + a}{b_0}\, dx$$

$$\log y = \frac{x^2}{2b_0} + \frac{ax}{b_0} + C$$

$$\log y = \frac{(x + a)^2}{2b_0} + C.$$

Siis $$y = Ce^{\frac{(x+a)^2}{2b_0}}, \quad -\infty < x < \infty, \; b_0 < 0.$$

Merkitään $b_0 = -\sigma^2$ ja $a = -\mu$ sekä määrätään vakio C:

$$\int_{-\infty}^{\infty} Ce^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = 1.$$ Sijoitetaan $x + a = t$.

$$\int_{-\infty}^{\infty} Ce^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} dt = 1.$$

Tiedetään, että $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-z^2} dz = \sqrt{\pi}$ ([I] s. 99). Tällöin saadaan

$$C = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}.$$

Normaalijakauman frekvenssifunktioksi saadaan

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

Seuraavalla sivulla on taulukko tyyppien I - VII yleisimmistä ominaisuuksista.

5.12. Taulukko Pearsonin tyypeistä I - VII

| Tyypin n:o | Ominaisuus (rajat) | Yhtälö | Moodi | Tyypin kriteerit k | $\beta_1$ | $\beta_2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| I | Rajoitettu molemmilta suunn. | $y=y_o(1+\frac{x}{a_1})^{a_1}(1+\frac{x}{a_2})^{a_2}$ | | $< 0$ | ... | ... |
| II | Rajoitettu molemmilta suunn. (symmetr.) | $y=y_o(1-\frac{x^2}{a^2})^m$ | | $= 0$ | $= 0$ | $\neq 3$ |
| III | Rajoitettu toiselta suunn. (vino) | $y=y_o(1+\frac{x}{a})^{\nu a}e^{-\nu x}$ | | $\infty$ | ... | ... |
| IV | Rajoittamaton (vino) | $y=y_o(1+\frac{x^2}{a^2})^{-m}e^{-\nu\tan^{-1}x/a}$ | | $>0$ & $<1$ | ... | ... |
| V | Rajoitettu toisesta suunn. (vino) | $y=y_o x^{-p}e^{-\nu/x}$ | $-\frac{a\nu}{2m}$ <br> $\frac{\nu}{p}$ | $= 1$ | ... | ... |
| VI | Rajoitettu toiselta suunn. (vino) | $y=y_o(x-a)^{q_2}x^{-q_1}$ | $\frac{aq_1}{q_1-q_2}$ | $>1$ & $<\infty$ | ... | ... |
| VII | Rajoittamaton (symmetr.) | $y=y_o e^{-x^2/2\sigma^2}$ | | $= 0$ | $= 0$ | $= 3$ |

Tyyppikriteerillä k, $\beta_1$:llä ja $\beta_2$:lla on aiemmin määritellyt merkityksensä. Momentit on laskettu keskiarvon suhteen.

## 5.13. Pearsonin jakaumaperheen sovittaminen (fitting) empiiriseen aineistoon

Kuten edellä on esitetty, voidaan kaikki Pearsonin jakaumat määrätä neljän ensimmäisen momentin avulla. Sovitettaessa Pearsonin systeemi empiiriseen aineistoon menetellään seuraavasti:

(1) Lasketaan empiirisestä aineistosta numeeriset arvot neljälle ensimmäiselle momentille.

(2) Lasketaan numeeriset arvot $\beta_1$:lle (ks. s. 18), $\beta_2$:lle ja tyyppikriteerille k (ks. s. 19).

(3) $\beta_1$:n, $\beta_2$:n ja kriteerin k arvoja hyväksi käyttäen valitaan jakauman tyyppi .

(4) Tyyppijakauman parametrit ilmaistaan empiirisen jakauman momenttien avulla .

(5) Lasketut parametrit sijoitetaan tyyppijakaumaa edustavaan funktioon.

Seuraavassa luvussa olen tutkimuksen tulosten tarkastelun yhteydessä sovittanut Pearsonin systeemin siian pituus- ja painojakaumaan kolmevuotiaiden yksilöiden osalta sekä ikäjakaumaan, koskien koko tutkittua siikaaineistoa.

# 6. TUTKIMUSTULOSTEN ANALYSOINTI

## 6.1. Siikojen ikärakenne

Mielenkiintoisin tehtävä on mielestäni analysoida tutkimani 333 siikayksilön jakaantuminen eri vuosiluokkien sekä silmäkooltaan erilaisten verkkojen kesken. Seuraavassa olen esittänyt pohjasiikojen ikäryhmittäisen jakaantumisen.

Taulukko 1. Tutkittujen siikojen jakaantuminen ikäryhmittäin

| Ikä vuosissa | Kappalemäärä | Prosentuaalisesti |
|---|---|---|
| 2 | 20 | 06.01 |
| 3 | 91 | 27.33 |
| 4 | 56 | 16.82 |
| 5 | 47 | 14.11 |
| 6 | 66 | 19.82 |
| 7 | 31 | 09.31 |
| 8 | 15 | 04.50 |
| 9 | 03 | 00.90 |
| 10 | 03 | 00.90 |
| 11 | 01 | 00.30 |
| Yhteensä | 333 kpl | 100.00% |

Tutkimukseni tulos osoittaa, että kolmevuotiaita pohjasiikayksilöitä on kaikkein eniten (27.33%), ja

kaksivuotiaita pohjasiikayksilöitä sain vain 6.01%. Jos Inarinjärvessä kaksi- ja kolmevuotiaiden pohjasiikayksilöiden lukumäärien suhde olisi tällä hetkellä tutkimustulosten mukainen, niin järven siikakannassa olisi odotettavissa romahdusmainen lasku. Käytännössä ei suhde varmastikkaan ole tällainen, vaan alhainen kaksivuotiaiden siikojen lukumäärä on selitettävissä sillä, että tutmuksessani jouduin jättämään huomioimatta kaikki ne kalat, jotka sain 15 mm:n verkoista. Tällainen menettely oli pakko suorittaa, koska 15 mm:n verkoista saatuja siiansukuisia kaloja oli lähes 7000 kappaletta ja tutkimusolosuhteissa oli täysin mahdotonta erotella eri siikalajit toisistaan. Kaksivuotiaiden lukumäärän pienuuden johtumista juuri edellä mainitusta seikasta tukee mielestäni erittäin vahvasti myös se, että kaikki kaksivuotiaat siiat sain 25 mm:n verkoista. Tämän perusteella oletan, että huomattava osa 15 mm:n pyydykseen tarttuvista siioista on kaksivuotiaita, ts. oletan, että kaksivuotiaat siiat 'tarvitsevat' pienemmän kuin 25 mm:n otantapyydyksen. Muilta osin tutkimuksen tulosten mukainen ikäjakauma sopii hyvin yhteen käytännön kanssa; nuoria yksilöitä on villissä eläinpopulaatiossa suhteellisesti enemmän kuin itseään vanhempia yksilöitä. Ainoa merkittävä poikkeava huippu on kuusivuotiaiden yksilöiden kohdalla. Tämän huipun selittämiseksi muun kuin sattuman aiheuttamaksi tarvittaisiin pitempiaikainen tutkimus. Luotettavia tuloksia voitaisiin odottaa esimerkiksi viiden peräkkäisen 'otantakesän' jälkeen. Kyseinen huippu voitaisiin myös selittää

poikkeuksellisin edullisilla siikojen kutuolosuhteilla vuosina 1966 - 1967, jolloin kesän 1973 kuusivuotiaat pohjasiiat ovat kehittyneet. Lisäksi on tietysti kyseisinä vuosina täytynyt olla hyvä kuteva siikakanta.

Tarkasteltaessa verkkokohtaisesti kolmevuotiaiden siikojen jakaantumista, niin huomataan, että 68 siikaa eli 74.73% sain 25 mm:n verkoista ja loput 23 (25.27%) sain 30 mm:n verkoista. Neljävuotiaita siikoja oli 25 mm:n verkoissa 26 kappaletta (46.43%) ja samoin 30 mm:n verkoissa ja loput 4 kappaletta (7.14%) 35 mm:n verkoissa. Viisivuotiaiden vastaavat luvut olivat: 25 mm:n verkoissa 13 kappaletta (27.66%), 30 mm:n verkoissa 25 kappaletta (53.19%), 35 mm:n verkoissa 7 kappaletta (14.89%) ja 40 mm:n verkoissa 2 kappaletta (4.26%). Kuusivuotiaita sain 25 mm:n verkoista 10 kappaletta (15.15%), 27 kappaletta (40.91%) 30 mm:n verkoista, 25 kappaletta (37.88%) 35 mm:n verkoista ja 4 kappaletta (6.06%) 40 mm:n verkoista. Seitsemänvuotiaat tarttuivat otantapyydyksiin seuraavasti: 25 mm:n verkkoihin 2 kappaletta (6.45%), 30 mm:n verkkoihin 14 kappaletta (45.16%), 35 mm:n verkkoihin 11 kappaletta (35.48%) ja 40 mm:n verkkoihin loput 4 kappaletta (12.90%). Kahdeksanvuotiaita sain 30 mm:n verkoista 2 kappaletta (13.33%), 35 mm:n verkoista 9 kappaletta (60.00%), 40 mm:n ja 45 mm:n verkoista kummastakin 1 siika (6.67%) ja 60 mm:n verkoista 2 siikaa (13.33%). Yhdeksänvuotiaita siikoja sain vain 35 mm:n ja 40 mm:n verkoista ja vastaa-

vat lukuarvot olivat 2 kappaletta (66.67%) ja 1 siika (33.33%). 30 mm:n ja 35 mm:n verkoissa oli vastaavasti kymmenvuotiaita yksilöitä 2 kappaletta (66.67%) ja 1 kappale (33.33%). Vanhimman, yksitoistavuotiaan siikayksilön sain 40 mm:n verkosta. Seuraavassa olen esittänyt edellä mainitut tiedot taulukkomuodossa.

Taulukko 2. Ikäryhmittäinen otantapyydysten jakaantuminen

| Verkko mm | 2 v kpl | % | 3 v kpl | % | 4 v kpl | % | 5 v kpl | % |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 25 | 20 | 100.00 | 68 | 74.73 | 26 | 46.43 | 13 | 27.66 |
| 30 | 00 | 00.00 | 23 | 25.27 | 26 | 46.43 | 25 | 53.19 |
| 35 | 00 | 00.00 | 00 | 00.00 | 04 | 07.14 | 07 | 14.89 |
| 40 | 00 | 00.00 | 00 | 00.00 | 00 | 00.00 | 02 | 06.06 |
| 45 | 00 | 00.00 | 00 | 00.00 | 00 | 00.00 | 00 | 00.00 |
| 50 | 00 | 00.00 | 00 | 00.00 | 00 | 00.00 | 00 | 00.00 |
| 60 | 00 | 00.00 | 00 | 00.00 | 00 | 00.00 | 00 | 00.00 |
| Yht. | 20 | 100% | 91 | 100% | 56 | 100% | 47 | 100% |

| Verkko mm | 6 v kpl | % | 7 v kpl | % | 8 v kpl | % | 9 v kpl | % |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 25 | 10 | 15.15 | 02 | 06.45 | 00 | 00.00 | 00 | 00.00 |
| 30 | 27 | 40.91 | 14 | 45.16 | 02 | 13.33 | 00 | 0 0.00 |
| 35 | 25 | 37.88 | 11 | 35.48 | 09 | 60.00 | 02 | 66.67 |
| 40 | 04 | 06.06 | 04 | 12.90 | 01 | 06.67 | 01 | 33.33 |
| 45 | 00 | 00.00 | 00 | 00.00 | 01 | 06.67 | 00 | 00.00 |
| 50 | 00 | 00.00 | 00 | 00.00 | 00 | 00.00 | 00 | 00.00 |
| 60 | 00 | 00.00 | 00 | 0 0.00 | 02 | 13.33 | 00 | 00.00 |
| Yht. | 66 | 100% | 31 | 100% | 15 | 100% | 03 | 100% |

Taulukko 2 jatkuu seuraavalla sivulla.

Taulukon 2 jatko:

| Verkko mm | 10 v kpl | % | 11 v kpl | % |
|---|---|---|---|---|
| 25 | 00 | 00.00 | 00 | 00.00 |
| 30 | 02 | 66.67 | 00 | 00.00 |
| 35 | 01 | 33.33 | 00 | 00.00 |
| 40 | 00 | 00.00 | 01 | 100.00 |
| 45 | 00 | 00.00 | 00 | 00.00 |
| 50 | 00 | 00.00 | 00 | 00.00 |
| 60 | 00 | 00.00 | 00 | 00.00 |
| Yht. | 03 | 100% | 01 | 100% |

Eri ikäryhmien jakaantuminen verkkokohtaisesti tapahtui prosentuaalisesti seuraavassa taulukossa esitetyllä tavalla. Taulukko 3 ilmaisee siis esimerkiksi, että 25 mm:n verkoista saamistani siioista on ollut kaksivuotiaita 14.39%, kolmevuotiaita 48.92%, neljävuotiaita 18.71% jne.

Taulukko 3. Eri ikäryhmien välinen jakaantuminen pyydyskohtaisesti

| Verkko mm | Ikä 2 v | Ikä 3 v | Ikä 4 v | Ikä 5 v | Ikä 6 v |
|---|---|---|---|---|---|
| 25 | 14.39% | 48.92% | 18.71% | 09.35% | 07.19% |
| 30 | 00.00% | 19.33% | 21.85% | 21.01% | 22.69% |
| 35 | 00.00% | 00.00% | 06.78% | 11.86% | 42.37% |
| 40 | 00.00% | 00.00% | 00.00% | 15.38% | 30.77% |
| 45 | 00.00% | 00.00% | 00.00% | 00.00% | 00.00% |
| 50 | 00.00% | 00.00% | 00.00% | 00.00% | 00.00% |
| 60 | 00.00% | 00.00% | 00.00% | 00.00% | 00.00% |

Taulukko 3 jatkuu seuraavalla sivulla.

Taulukon 3 jatko:

| Verkko mm | Ikä 7 v | Ikä 8 v | Ikä 9 v | Ikä 10 v | Ikä 11 v | Yht. % |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 25 | 01.44% | 00.00% | 00.00% | 00.00% | 00.00% | 100% |
| 30 | 11.76% | 01.68% | 00.00% | 01.68% | 00.00% | 100% |
| 35 | 18.64% | 15.25% | 03.39% | 01.69% | 00.00% | 100% |
| 40 | 30.77% | 07.69% | 07.69% | 00.00% | 07.69% | 100% |
| 45 | 00.00% | 100.00% | 00.00% | 00.00% | 00.00% | 100% |
| 50 | 00.00% | 00.00% | 00.00% | 00.00% | 00.00% | 00% |
| 60 | 00.00% | 100.00% | 00.00% | 00.00% | 00.00% | 100% |

Taulukosta 3 havaitaan mm., että 25 mm:n verkoista sain eniten kolmevuotiaita pohjasiikoja. Puolestaan 30 mm:n verkot pyydystivät samoin kuin 35 mm:n verkot eniten kuusivuotiaita siikoja. 40 mm:n verkkoihin tarttui eniten kuusi- ja seitsemänvuotiaita siikoja. 45 mm:n verkoissa oli ainoastaan yksi kahdeksanvuotias pohjasiika. Täysin 'vesiperän' vetivät 50 mm:n verkot, joissa ei siis ollut ainuttakaan pohjasiikaa. Kaikkein suurinta silmäkokoa olevissa, 60 mm:n pyydyksissä oli vain kahdeksanvuotias pohjasiikayksilö.

Huomioon ottaen sen, että pohjasiika saavuttaa sukukypsyyden noin 5 - 6 vuoden iässä, niin tämän tutkimuksen tulosten perusteella olisi mielestäni aiheellista määrätä yleisessä pyynnissä käytettäväm verkon silmäkoon alarajaksi vähintään 35 mm. Jos pyydetään solmuväliltään alle 35 mm:n verkoilla, niin pohjasiiat joutuvat pyyntirasituksen alaisiksi ennen kuin ne saavuttavat suvun-

jatkamiseen tarvittavan iän. Mainittakoon tässä yhteydessä, että tällähetkellä Inarinjärvessä pyydetään yleisesti 30 mm:n pyydyksillä.

Empiirisen ikäjakauman keskiarvoksi sain 4.72 (vuotta) ja keskihajonnaksi 1.79. Kolmanneksi keskusmomentiksi sain 3.22 ja neljänneksi keskusmomentiksi 28.80. Jakauman vinous empiirisestä aineistosta laskettuna on 0.57, siis jakauman'häntä'on oikealle. Sovittaakseni Pearsonin systeemin empiiriseen jakaumaan, laskin parametreille $\beta_1$, $\beta_2$ ja tyyppikriteerille k (ks. sivut 18 ja 19) empiirisen aineiston neljän ensimmäisen momentin avulla numeeriset arvot. $\beta_1$:lle sain arvoksi 0.32 ja $\beta_2$:lle 2.83. Tyyppikriteerille k sain arvon -0.20. Näiden kolmen parametrin avulla voidaan sivulla 31 olevaa taulukkoa hyväksi käyttäen valita tyyppijakauma. Koska k on selvästi nollasta eriävä ja negatiivinen, niin tyypin valinnassa päädytään Pearsonin tyyppiin n:o 1 eli I:een päätyyppiin. Tyyppiä I edustava funktio voidaan kirjoittaa muodossa

$$(6.1.1.) \qquad y = y_0\left(1 + \frac{x}{a_1}\right)^{m_1}\left(1 - \frac{x}{a_2}\right)^{m_2} ,$$

missä vakio $y_0$ on määrättävä siten, että funktion integraali yli muuttujan vaihteluvälin on ykkösen suuruinen. Muut funktiossa (6.1.1.) esiintyvät parametrit saadaan määrätyksi seuraavia kaavoja hyväksi käyttäen:

$$r = \frac{6(\beta_2 - \beta_1 - 1)}{6 + 3\beta_1 - 2\beta_2}$$

$$b = 0.5\sqrt{\mu_2}\sqrt{(\beta_1(r + 2)^2 + 16(r + 1))}$$

$$m_2 \text{ ja } m_1 = 0.5\ (r - 2 \pm r(r + 2)\sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_1(r + 2)^2 + 16(r + 1)}}$$

$$a_1 + a_2 = b \text{ ja } \frac{a_1}{m_1} = \frac{a_2}{m_2} \quad .$$

(Ks. [II] s. 53). Parametreille sain arvoiksi $r = 7.01$, $b = 11.05$, $m_2 = 3.97$, $m_1 = 1{,}06$, $a_2 = 8.71$ ja $a_1 = 2.34$. Kun lasketut arvot sijoitetaan funktioon (6.1.1.), saadaan

$$(6.1.2.) \qquad y = y_o(1 + \frac{x}{2.34})^{1.06}(1 - \frac{x}{8.71})^{3.97} \quad .$$

Koska Pearsonin tyypin I tiheysfunktion (6.1.1.) 'paikka' koordinaatistossa on määrätty parametrien arvojen avulla siten, että moodi tulee origon kohdalle, niin on sovituksen yhteydessä tehtävä funktioon (6.1.2.) muuttujan vaihdos siten, että empiirisen jakauman ja funktion (6.1.2.) moodi yhtyvät. Koska tässä tapauksessa empiirisen jakauman moodi on kohdassa 3, niin funktioon (6.1.2.) on kirjoitettava x:n paikalle (x - 3). Tämän sijoituksen jälkeen muuttuu funktio (6.1.2.) muotoon

$$(6.1.3.) \qquad y = y_o(\frac{x - 0.66}{2.34})^{1.06}(\frac{11.71 - x}{8.71})^{3.97},$$

missä $x \in [2,11]$ . Laskeakseni $y_o$:n arvon, sovelsin funk-

tioon (6.1.3.) puolisuunnikassääntöä%) muuttujan vaihteluvälillä $[2,11]$ ja askelpituutena käytin ykköstä. Tällä integroinin likiarvomenetelmällä sain $y_0$:lle arvon 0.26. Tällöin saadaan empiiriseen ikäjakaumaan sovitetulle Pearsonin tyypin I tiheysfunktiolle muoto

$$(6.1.4.) \qquad y = 0.26 \left( \frac{x - 0.66}{2.34} \right)^{1.06} \left( \frac{11.71 - x}{8.71} \right)^{3.97},$$

missä $x \in [2,11]$. Tyypin I vinoudelle Pearson on johtanut kaavan

$$\text{vinous} = 0.5\sqrt{\beta_1}\,\frac{r + 2}{r - 2} .$$

Tästä kaavasta laskemalla sain vinoudeksi 0.51. Jakauma on oikealle vino (positiivinen vinous). Funktion (6.1.4.) suurin arvo on 0.26 (= $y_0$) ja tästä huippuarvosta laskee funktion kuvaaja hyvin jyrkästi oikealle. Tämä merkitsee käytännössä sitä, että noin kolmen ikävuoden jälkeen tapahtuu pohjasiikapopulaatiossa voimakasta määrän vähenemistä. Tähän voi olla syynä luonnollinen kuolema tai pyynnin aiheuttama määrän väheneminen.

Seuraavalla sivulla olen esittänyt empiirisen ja sovitetun jakauman samassa mitta-asteikossa.

---

%) Ks. Puolisuunnikassääntö esim.

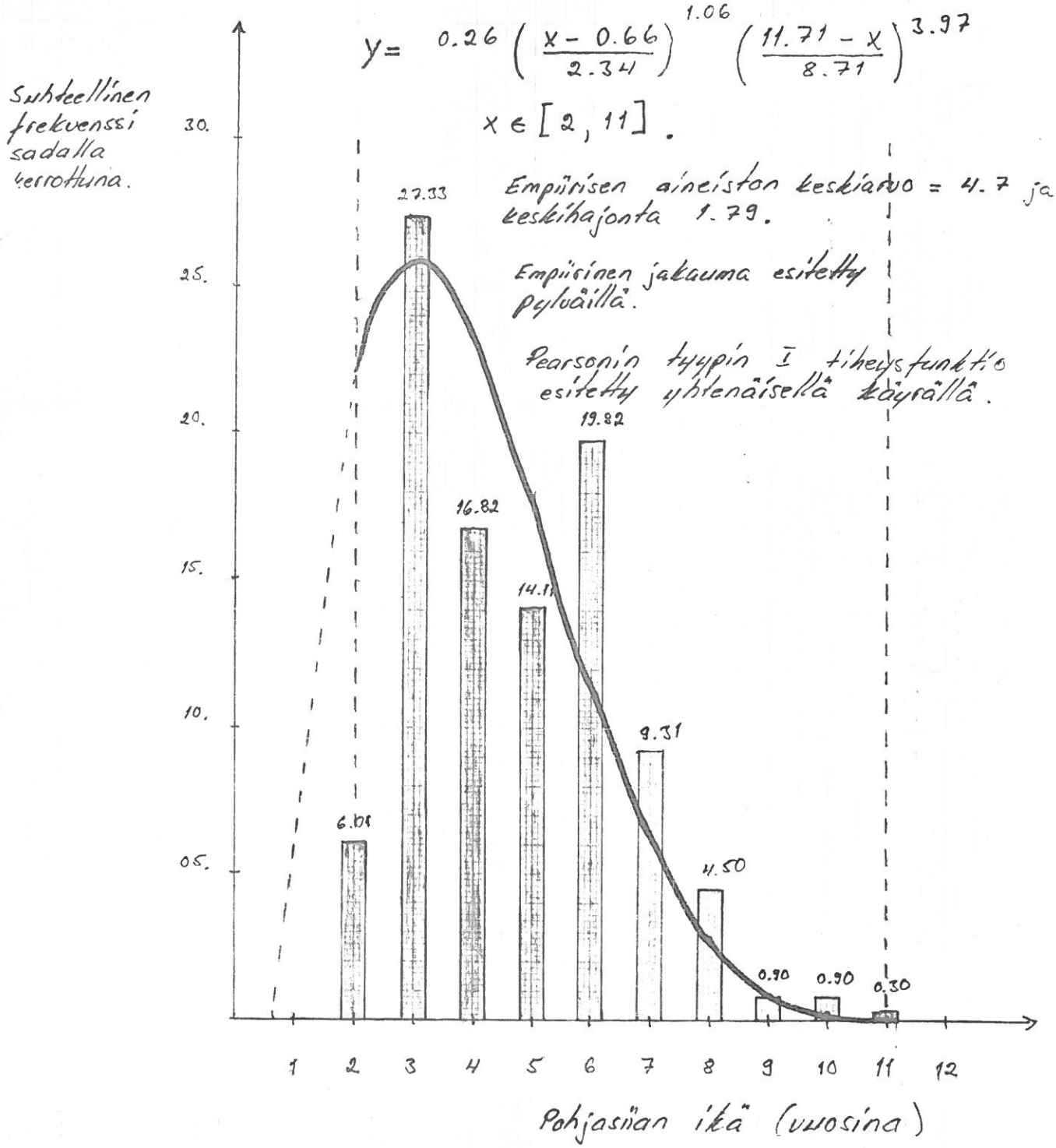
Merikoski Jorma, Numeerisen analyysin alkeiskurssi
Tampereen Yliopiston Tietokonekeskus
Moniste n:o 3, Tampere 1973.

Pohjasiian ikäjakauma ja empiiriseen aineistoon sovitettu Pearsonin tyyppi I.

Tyypin I tiheysfunktio:

$$y = 0.26 \left( \frac{x - 0.66}{2.34} \right)^{1.06} \left( \frac{11.71 - x}{8.71} \right)^{3.97}$$

$$x \in [2, 11].$$




Empiirisen aineiston keskiarvo = 4.7 ja keskihajonta 1.79.

Empiirinen jakauma esitetty pylväillä.

Pearsonin tyypin I tiheysfunktio esitetty yhtenäisellä käyrällä.

## 6.2. Siikojen pituus- ja painorakenne

Pohjasiikojen pituus- ja painojakaumia olen tarkastellut kussakin ikäryhmässä erikseen. Aluksi esitän taulukon, josta ilmenee ikäryhmittäin pituuden ja painon vaihteluvälit sekä keskiarvot ja keskihajonnat.

Taulukko 4. Pituuden ja painon vaihteluvälit sekä keskiarvot ja keskihajonnat ikäryhmittäin tarkasteltuna

| Ikä v | Pituus (mm) | | | Paino (g) | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Vaihteluväli | Keskiarvo | Keskihaj. | Vaihteluväli | Keskiarvo | Keskihaj. |
| 2 | 190 - 220 | 210.5 | 08.67 | 70 - 90 | 083.0 | 05.46 |
| 3 | 215 - 285 | 232.6 | 16.57 | 75 - 145 | 101.2 | 17.31 |
| 4 | 225 - 285 | 249.1 | 16.04 | 90 - 200 | 133.8 | 29.12 |
| 5 | 225 - 350 | 276.8 | 26.93 | 100 - 290 | 179.0 | 48.03 |
| 6 | 255 - 370 | 307.0 | 28.08 | 135 - 500 | 255.2 | 82.98 |
| 7 | 270 - 375 | 326.3 | 24.66 | 170 - 650 | 319.8 | 96.09 |
| 8 | 300 - 425 | 367.7 | 35.45 | 220 - 865 | 492.0 | 190.63 |
| 9 | 360 - 440 | 400.0 | 40.00 | 430 - 800 | 628.3 | 186.44 |
| 10 | 385 - 430 | 401.7 | 24.66 | 580 - 760 | 643.3 | 101.16 |
| 11 | 390 - 390 | 390.0 | 00.00 | 585 - 585 | 585.0 | 00.00 |

Tutkimieni pohjasiikojen pituudet vaihtelivat siis 190:sta 440:een millimetriin ja painot 70:stä 865:een grammaan. Empiirisille pituus- ja painojakaumille laskin vinousarvot kussakin ikäryhmässä erikseen. Ikäryhmissä 3 - 6 vuotta pituus- ja painojakaumat ovat voimakkaasti positiivisesti

vinoja. Kaksivuotiaiden siikojen sekä pituus- että painojakauma ovat negatiivisesti vinoja. Tämä poikkeavuus johtuu mielestäni samasta seikasta kuin ikäjakauman yllättävä ero kaksi- ja kolmevuotiaiden siikojen välillä. Siis kaksivuotiaiden osalta on otantapyydyksiin tarttunut vain ikäryhmän suurimmat edustajat. Ikäryhmien 7 - 8 pituusjakaumat ovat lievästi negatiivisesti vinoja, mutta painojakaumat ovat selvästi positiivisesti vinoja. Vuosiluokkien 9 - 11 pituus- ja painojakaumista ei voida sanoa havaintojen lukumäärän pienuuden vuoksi mitään.

Pituus- ja painojakaumissa yleisesti esiintyvä suuri positiivinen vinous ilmentää mielestäni ns. 'valikoivaa kuolleisuutta', mikä merkitsee tässä tapauksessa sitä, että kussakin vuosiluokassa kuolevat lajin isommat yksilöt pikemmin kuin muut yksilöt. Karkeasti voitaisiin asia ilmaista siten, että yksilöt, jotka kasvavat nopeasti kuolevat myös nopeammin kuin lajin muut yksilöt.

Koska vuosiluokissa 9 - 11 on vähän havaintoja, niin määrätessäni pohjasiian keskimääräistä vuosikasvua, käytin hyväkseni vain vuosiluokkien 2 - 8 pituuden ja painon keskiarvolukuja. Vähentämällä vuosiluokkien 2 - 7 pituuden ja painon keskiarvoluvut vastaavista edellisen vuosiluokan keskiarvoluvuista ja laskemalla näiden erotusten keskiarvon, sain pohjasiialle keskimääräisen pituuden ja painon vuosikasvun. Tutkimukseni mukaan on pohjasiian keski-

määräinen pituuskasvu 26.0 millimetriä vuotta kohti. Vastaavasti siian paino lisääntyy vuodessa keskimäärin 68.2 grammaa. Pituus- ja painokasvujen eroja eri ikäisten siikojen välillä ei voida mielestäni tarkastella luotettavasti silloin, kun on käytettävissä vain yhden kesän tutkimustulokset, joten olen jättänyt keskiarvojen väliset erotestit analysoinnissani pois.

Ikäjakauman tarkastelun yhteydessä ilmeni, että nykyisin Inarinjärvellä käytettäviin pyydyksiin tarttuu huomattava osa vielä neljävuotiaitakin pohjasiikoja. Koska yleinen pyynti aiheuttaa pituus- ja painojakaumien 'vääristymistä' selvästi ainakin vuosiluokissa 4 - 11, sovitin Pearsonin jakaumaperheen tyyppijakauman vain kolmevuotiaiden pohjasiikojen pituus- ja painojakaumiin. Taulukossa 5 olen esittänyt kolmevuotiaiden pohjasiikojen empiirisiin pituus- ja painojakaumiin liittyvät keskiarvo- ja -hajontaluvut sekä keskiarvon suhteen lasketut kolmannen ja neljännen momentin numeeriset arvot.

Taulukko 5. Kolmevuotiaiden pohjasiikojen empiirisen pituus- ja painojakauman tunnusluvut

| Suure | Keskiarvo | Keskihajonta | III momentti | IV momentti |
|---|---|---|---|---|
| Pituus | 232.58 | 16.57 | 3002.8 | 214020.0 |
| Paino | 101.15 | 17.31 | 3978.4 | 245810.0 |

Parametreille $\beta_1$ ja $\beta_2$ sain pituusjakauman momenteista lasketuiksi arvoiksi vastaavasti 0.45 ja 2.71. Tyyppikriteerille k sain arvoksi -0.23. Koska k on selvästi nollasta eriävä, niin jälleen päädytään Pearsonin jakaumaperheen ensimmäiseen päätyyppiin. (Ks. sivu 39). Tyypin I parametreille $m_1$, $m_2$, $a_1$ ja $a_2$ sain vastaavasti arvot 0.46, 2.71, 13.23 ja 77.97. Sijoittamalla nämä arvot tyyppiä I edustavaan funktioon, sain

$$(6.1.5.) \qquad y = y_0\left(1 + \frac{x}{13.23}\right)^{0.46}\left(1 - \frac{x}{77.97}\right)^{2.71} .$$

Koska empiirisen aineiston moodi on 225.0, kun käytin viiden yksikön mittaista luokitusta, niin funktioon (6.1.5.) on tehtävä muunnos siten, että empiirisen ja funktion (6.1.5.) esittämän jakauman moodit yhtyvät. Tämä saadaan aikaan siten, että funktioon (6.1.5.) kirjoitetaan x:n paikalle (x - 225.0). Tällöin muuttuu funktio (6.1.5.) muotoon

$$(6.1.6.) \qquad y = y_0\left(\frac{x - 211.77}{13.23}\right)^{0.46}\left(\frac{302.97 - x}{77.97}\right)^{2.71},$$

missä $x \in [215, 285]$ . Käyttämällä puolisuunnikassääntöä askelpituudella 10, sain $y_0$:n arvoksi 0.026. Seuraavalla sivulla olen esittänyt luokitellun empiirisen aineiston ja tyypin I sovitetun tiheysfunktion samassa mitta-asteikossa graafisesti.

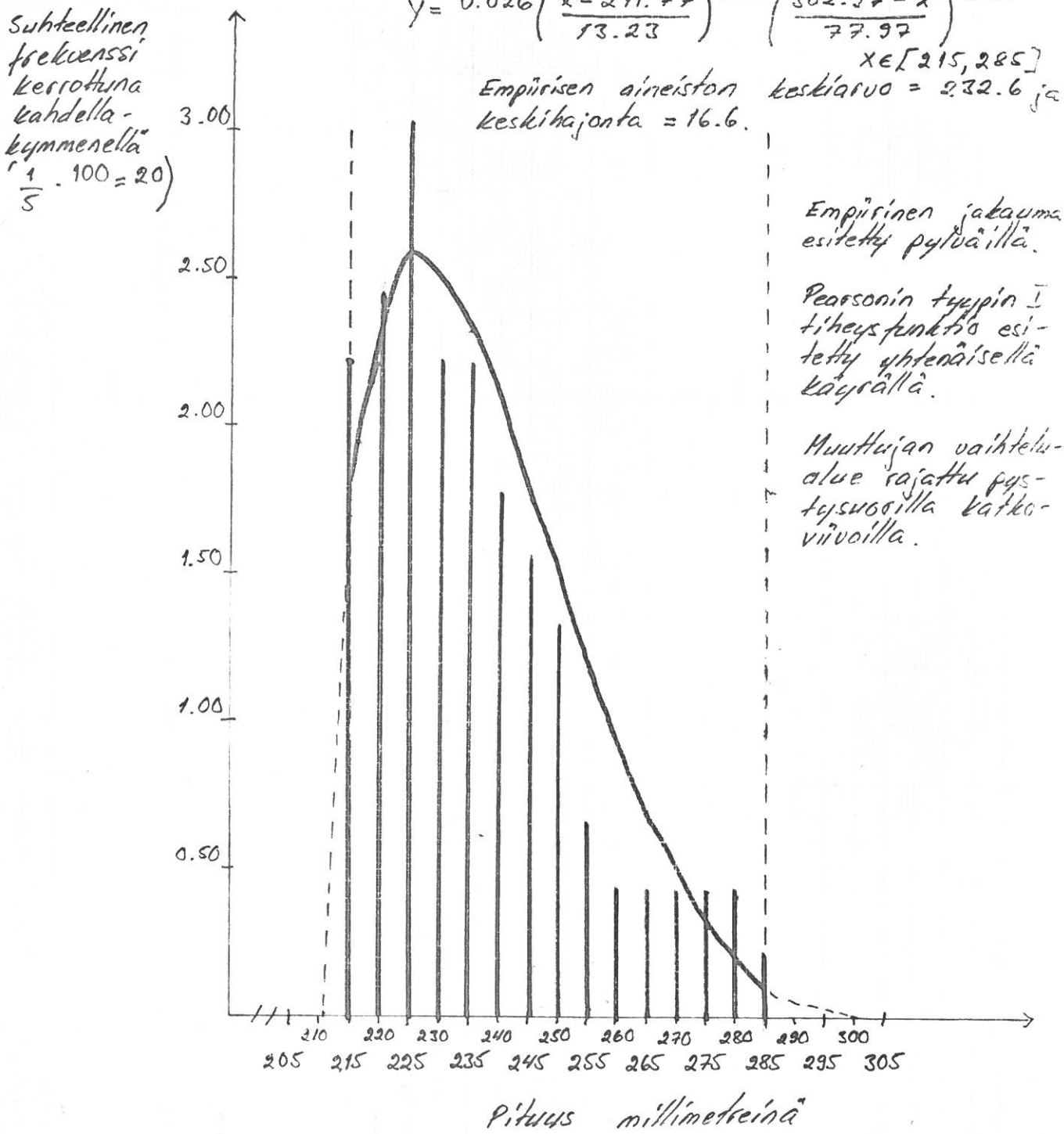
**Kolmevuotiaiden siikojen pituusjakauma ja Pearsonin tyypin I tiheysfunktio empiiriseen aineistoon sovitettuna**

Tyypin I tiheysfunktio:

$$y = 0.026\left(\frac{x-211.77}{13.23}\right)^{0.46}\left(\frac{302.97-x}{77.97}\right)^{2.71}$$

$x \in [215, 285]$

Empiirisen aineiston keskiarvo = 232.6 ja keskihajonta = 16.6.



Empiirisen painojakauman momenteista laskemalla sain $\beta_1$:lle ja $\beta_2$:lle vastaavasti arvot 0.59 ja 2.74. Tyyppikriteerille k sain arvoksi -0.23. Siis jälleen päädytään ensimmäiseen päätyyppiin Pearsonin jakaumaperheessä. Parametreille $m_1$, $m_2$, $a_1$ ja $a_2$ sain vastaavasti arvot -0.14, 1.35, -8.88 ja 85.58. Sijoittamalla nämä tyyppijakauman tiheysfunktioon, sain

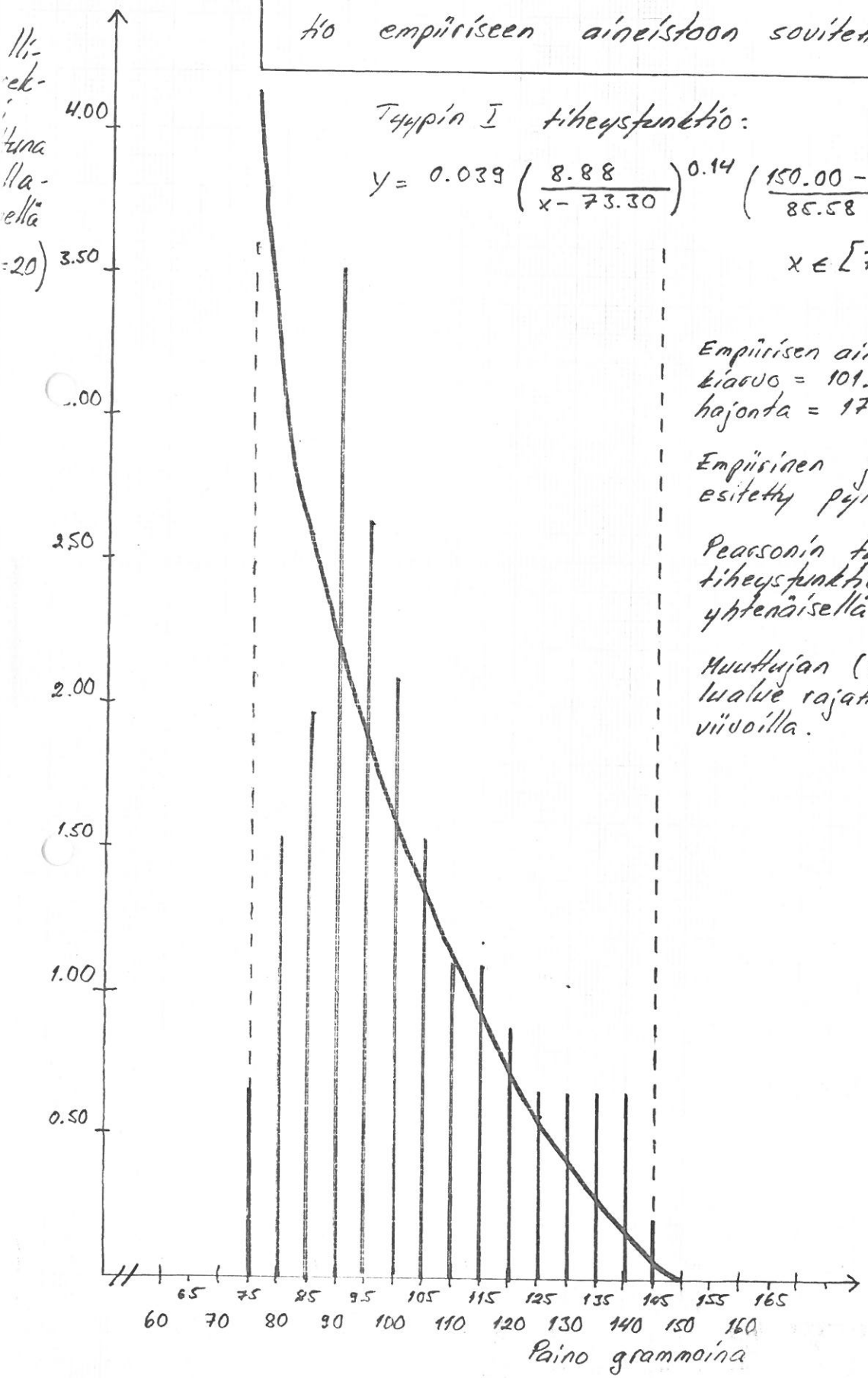
$$(6.1.7.) \qquad y = y_0\left(1 + \frac{x}{-8.88}\right)^{-0.14}\left(1 - \frac{x}{85.58}\right)^{1.35} .$$

Koska parametri $m_1$ on negatiivinen, niin funktio (6.1.7.) käyttäytyy eri tavoin kuin funktiot (6.1.6.) ja (6.1.2.). Funktion kuvaajalla on eksponentiaalinen muoto. Tässä tapauksessa ei voida tehdä funktion kuvaajan siirtoa aiempaa moodikriteeriä käyttäen. Yleistä sääntöä siirron suorittamiseksi ei ole olemassa. Tämän ongelman ratkaisin siten, että funktio (6.1.7.) on nolla empiirisen jakauman ylärajaa seuraavassa luokassa eli pisteessä x = 150.0. Tämän sain aikaan siten, että funktioon (6.1.7.) kirjoitin x:n paikalle (x - (150.0 - 85.58)). Tällöin sain

$$(6.1.8.) \qquad y = y_0\left(\frac{8.88}{x - 73.30}\right)^{0.14}\left(\frac{150.0 - x}{85.58}\right)^{1.35} ,$$

missä $x \in [75, 145]$ . Soveltamalla jälleen puolisuunnikassääntöä muuttujan vaihteluvälillä askelpituudella 10, sain $y_0$:lle arvoksi 0.039. Sivulla 49 olen esittänyt empiirisen jakauman ja tyypin I graafisesti.

Kolmevuotiaiden siikojen painojakauma ja Pearsonin tyypin I tiheysfunktio empiiriseen aineistoon sovitettuna




Tyypin I tiheysfunktio:

$$y = 0.039 \left( \frac{8.88}{x - 73.30} \right)^{0.14} \left( \frac{150.00 - x}{85.58} \right)^{1.35}$$

$$x \in [75, 145].$$

Empiirisen aineiston keskiarvo = 101.2 ja keskihajonta = 17.31.

Empiirinen jakauma esitetty pylväillä.

Pearsonin tyypin I tiheysfunktio esitetty yhtenäisellä käyrällä.

Muuttujan (x) vaihtelualue rajattu katkoviivoilla.

## 7. LOPPUPÄÄTELMIÄ

Villieläinten tutkimuksessa esiintyy useita vaikeuksia, koska eläinpopulaation jäsenet eivät oleskele samoilla paikoilla ja toisinaan niitä on vaikeaa löytää ollenkaan. Tutkimani 333 pohjasiikayksilöä pyydystin pohjaverkkosarjalla. Käytettäessä vain yhtä otantamenetelmää, on tietysti suuri vaara, ettei otos sisällä kaikkia vuosiluokkia. Käyttämääni verkkosarja-periaatetta pidän kuitenkin suositeltavana, kunhan vain valitaan verkkojen korkeus tilanteen mukaan. Verkkosarjaan kuuluvien verkkojen lukumäärä on varmasti riittävä, jos pyydysten kokeminen ja pyyntiin uudelleen virittäminen suoritetaan kohtuullisessa ajassa. Verkkosarjan haittapuolena voin mainita sen, että pyydystäessäni verkoilla pohjasiikayksilöitä, sain tietysti myöskin muita kalalajeja. Lisäksi parhaaseen vesilintujen poikasten kuoriutumisaikaan tarttui verkkoihin useita lintuja. Nämä vieraat lajit häiritsivät tietysti tutkimuksen suorittamista, mutta niiden vaikutusta lopputuloksiin ei voida arvioida.

Suurena puutteena tutkimuksessani pidän sitä, etten voinut käsitellä 15 mm:n pyydyksistä saamiani kaloja täydellisesti, vaan jouduin jättämään ne lopullisesta analysoinnista kokonaan pois. Tälläinen tilanne olisi tietysti voitu välttää, jos olisi ennakolta ollut tiedossa pienten siikayksilöiden lajimääritykseen liittyvät vaikeudet.

Tutkimukseni mukaan voidaan Inarinjärven pohjasiikakantaa pitää hyvin nuorena. Tätä kuvastaa selvästi ikäjakauman jyrkkä väheneminen moodissa (3 vuotta) saavuttamastaan arvosta. Myös kunkin ikäryhmän pituus- ja painorakenteessa on havaittavissa suurien yksilöiden puuttuminen. Tällaisen ilmiön oletan johtuvan Inarinjärvellä harjoitettavasta pyynnistä silmäkooltaan pienillä pyydyksillä. Erot kasvunopeudessa peräkkäisten poikueiden eli eri ikäryhmien välillä voitaisiin testata ottamalla otoksia useampina peräkkäisinä vuosina. Tutkimuksessani laskin keskimääräiset vuotuiskasvut vain ikäryhmiä 2 - 8 koskeviksi. Pearsonin jakaumaperhettä voidaan pitää erikoistapauksia lukuun ottamatta (huom. painojakauma) hyvin käytäntöön soveltuvana funktiosysteeminä. Fumktiosysteemin etuna on myös se,että vaadittavat laskutoimitukset voidaan helposti ohjelmoida tietokoneella suoritettaviksi ja täten voidaan käsitellä hyvin laajojakin empiirisiä aineistoja.

Tutkimuksessani esittämiini tuloksiin on kuitenkin suhtauduttava asiaan kuuluvalla varauksella, koska keräsin analysoimani tutkimusaineiston vain yhden kesän ajalta. Mielestäni olen kuitenkin tällä tutkimuksella pystynyt osoittamaan,että kalapopulaatioon voidaan tehdä mielekäs tilastollinen tutkimus hyvinkin vaatimattomissa puitteissa.

LÄHTEET:

[I] CRAMÉR, HARALD: Mathematical Methods of Statistics.
Princeton 1971.

[II] ELDERTON, PALIN W.: Frequency Curves and Correlation.
London 1906.

[III] HALME, ERKKI - AALBERG, A.F.: Parhaita kalanpyydyksiä.
Porvoo 1959.

[IV] JÄRVI, T.H.: Über die Arten und Formen der Coregonen
s. str. in Finnland.
Helsinki 1928.

[V] KENDALL, M.A.: The Advanced Theory of Statistics.
Volume 1. London 1947.

[VI] KENDALL, M.A.: The Advanced Theory of Statistics.
Volume 2. London 1961.

[VII] MÄKELÄINEN, AUG.: Kalastajan kirja.
Helsinki 1950.

[VIII] SNEDECOR, GEORGE W.: Statistical Methods.
Ames 1961.